Guía de estudio para el Examen de Matemáticas para el ingreso a la Maestría en Mecatrónica

TEMARIO:

Álgebra
- Factorización
- Simplificación de expresiones algebraicas
- Solución de ecuaciones algebraicas, lineales y no lineales, con una incógnita
- Solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales
- Números complejos: representación y operaciones.

Cálculo Diferencial e Integral
- Concepto y gráfica de funciones
- Concepto y evaluación de límites
- Concepto de continuidad
- Concepto y aplicaciones de derivada
- Propiedades de derivadas
- Regla de la cadena
- Derivadas parciales
- Concepto y aplicación de integral
- Propiedades de la integral
- Técnicas de Integración (exacta, por cambio de variable y por partes)

Ecuaciones Diferenciales
- Ecuaciones diferenciales de primer orden
- Ecuaciones diferenciales de orden superior
- Solución de ecuaciones diferenciales lineales por la Transformada de Laplace.

Álgebra Lineal
- Algebra de matrices
- Determinantes
- Sistemas de ecuaciones lineales
- Valores y vectores propios

Material recomendado para consulta:

• Zill, D. G., y Dewar, J. M. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. McGraw Hill Educación.
• Purcell, E. J., Rigdon, S. E., y Varberg, D. E. (2007). Cálculo. Pearson Educación.
• Zill, D. G., y Cullen, M. R. (2013). Ecuaciones diferenciales. McGraw-Hill Interamericana.
• Grossman, S. I. (2008). ´Algebra lineal. McGraw Hill Educación.

A continuación, se presentan una serie de problemas a manera de guía de estudio para el examen de admisión sección matemáticas.

1) Encuentre dos números reales cuya suma de cuadrados dé 100 y cuya suma simple dé cero.
2) Separe en francciones parciales la siguiente expresión $F(x) = \dfrac{x+3}{(x+1)(x+2)}$.
3) Determine las raíces del polinomio $p(\lambda) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 4\lambda$.
4) ¿Puede un polinomio de segundo grado tener raíces $\lambda = -j$ y $\lambda = 5$?
5) Identifique las partes real e imaginaria de la siguiente operación $\frac{4+5j}{1+j}$.
6) Resuelva la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} -x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 3 \end{aligned}$$

7) Determine el dominio de la función $f(x) = x/(1-x^2)$.
8) Determine si la función $f(x) = x^2 - 5$ es par, impar o ninguna de las anteriores.
9) Grafique la función $f(x) = \begin{cases} 1, x \geq 2 \\ x^2, 1 < x < 2 \\ 0, x < -1 \end{cases}$.
10) Encuentre la ecuación de la recta que une los puntos $(2,3)$ y $(5,-3)$.
11) La expresión $\log_2 x = 4$ tiene la siguiente ecuación exponencial equivalente.

a) $2^4 = x$ b) $4^2 = x$ c) $2^x = 4$ d) Niguna anterior

12) Determine $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^3-1}{x-1}\right)$.

13) ¿Es continua la función $f(x)=\begin{cases} 1, x\geq 0 \\ -x^2, x>0 \end{cases}$.

14) Calcule $f'(x)$ para $f(x)=\cos xe^{-3x^2}$.

15) Resuelva la integral $\int \sin^3 x\cos x dx$.

16) Resuelva la integral $\int 0.5x\sin(4x^2)dx$.

17) Cacule $\frac{\partial f}{\partial y}$ para la función $f(x,y)=\frac{x^2+2xy-y^2}{(x+y)^2}$.

18) Determine el valor de m tal que la solución propuesta satisfaga a la ecuación diferencial asociada.

   a) $2y''+7y'-4y=0; \quad y=e^{mx}$
   b) $xy''+2y'=0; \quad y=x^m$

19) Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de separación de variables:

   a) $\dfrac{dy}{dx}+2xy=0$
   b) $\dfrac{dy}{dt}+2y=1, \quad y(0)=5/2$

20) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales lineales utilizando el método del factor de integración:

   a) $y+3x^2y=x^2$
   b) $x\dfrac{dy}{dx}-y=x^2\sin x$

21) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de Laplace

   a) $\frac{dy}{dt}-y=1, \quad y(0)=0$
   b) $\dot{y}+6y=e^{4t}$.
   c) $y''-6y'+13y=0, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=3$

22) Determine el valor de k para el cual la EDO sea exacta $(y^3+kxy^4-2x)dx+(3xy^2+20x^2y^3)dy=0$

Carr. Pachuca - Cd. Sahagún km. 20
Ex-Hacienda de Santa Bárbara
Zempoala, Hidalgo. C.P. 43830
Tel. 771 5477 510, www.upp.edu.mx

23) Determine si las siguientes ecuaciones diferenciales lineales son exactas; de serlo resuélvalas por dicho método.

a) $(2x-1)dx+(3y+7)dy=0$

b) $(5x+4y)dx+(4x-8y^3)dy=0$

c) $(x^2-y^2)dx+(x^2-2xy)dy=0$

24) Sean $A=\begin{bmatrix}4 & 1 & 6\\ 2 & 3 & 5\end{bmatrix}$ y $B=\begin{bmatrix}1 & 3 & 0\\ -2 & 2 & -4\end{bmatrix}$, verifique que $A+B=B+A$, $(A+B)^T=A^T+B^T$ y $3(A+B)=3A+3B$.

25) Determine todos los valores de λ tales que el determinante de $\begin{bmatrix}2-\lambda & 4\\ 3 & 3-\lambda\end{bmatrix}$ sea cero.

26) Evalúe por inspección el determinante de $\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 4 & 1 & 0\\ 7 & 3 & -2\end{bmatrix}$.

27) Calcule el determinante de $\begin{bmatrix}2 & 5 & 4\\ 3 & 1 & 2\\ 5 & 4 & 6\end{bmatrix}$ por medio de la expansión en cofactores.

28) Suponga que $A\in\mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz descompuesta en dos factores $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ l_{21} & 1 & 0\\ l_{31} & l_{32} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{11} & u_{12} & u_{13}\\ 0 & u_{22} & u_{23}\\ 0 & 0 & u_{33}\end{bmatrix}$; calcule $\det(A)$.

29) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes en $\mathbb{R}^3$?

a) $[1,1,1]^T$, $[1,1,0]^T$, $[1,0,0]^T$; b) $[1,0,1]^T,[0,1,0]^T$; c)$[1,2,4]^T$, $[2,1,3]^T$, $[4,-1,1]^T$.

30) Determine el polinomio característico, los valores y vectores propios de $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 3 & -2\end{bmatrix}$.

Carr. Pachuca - Cd. Sahagún km. 20
Ex-Hacienda de Santa Bárbara
Zempoala, Hidalgo. C.P. 43830
Tel. 771 5477 510, www.upp.edu.mx